Contenido

[1. Derivación compuesta 2](#_Toc150344923)

[1.1. Varias variables independientes 2](#_Toc150344924)

[1.2. Una sola variable independiente 2](#_Toc150344925)

[1.3. Otras posibilidades. Ejemplo de aplicación económica. 3](#_Toc150344926)

[2. Derivación implícita 4](#_Toc150344927)

[2.1. Teorema de existencia de una función implícita 4](#_Toc150344928)

[2.2. Derivada parcial de una función implícita 5](#_Toc150344929)

[2.3. Diferencial de una función que está definida implícitamente 5](#_Toc150344930)

# Derivación compuesta

## Varias variables independientes

La situación que se presenta es una función “y” que depende de x1, x2,…,xn; y=f(x1, x2,…,xn). Pero al contrario que hasta ahora, las variables x1, x2,…,xn también son dependientes a su vez de t1, t2,…,tn. En esta situación la función y dependerá en última instancia de estas últimas variables independientes. Se puede ver a modo de ejemplo un árbol de dependencias para la función “y” que es función de x1, x2 y x3, con x1, x2 y x3 que a su vez dependen de t1, t2 y t3:

|  |  |
| --- | --- |
| y=f(x1, x2, x3) | x1=f(t1, t2, t3)  x2=f(t1, t2, t3)  x2=f(t1, t2, t3) |

Diagrama

Descripción generada automáticamente con confianza media

Como en definitiva y depende de t1, t2 y t3 tendría sentido que se hicieran las derivadas parciales de y respecto de estas 3 variables. Ello puede calcularse directamente aplicando la regla de la cadena del siguiente modo:

## Una sola variable independiente

Pero también se pueden dar otras posibilidades como que por ejemplo las variables x1, x2, x3 solo dependan de una variable t.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Esto implica que no habría que aplicar el concepto de derivada parcial, si no, el de diferencial.

## Otras posibilidades. Ejemplo de aplicación económica.

Se pueden dar otras combinaciones como por ejemplo la siguiente:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Como se ve todas las variables intermedias x1, x2, x3 dependen de t1, pero luego también dependen de otra variable de la que no dependen las demás variables.

En economía se pueden ver este tipo de funciones. Por ejemplo: se tiene la función beneficio de una empresa que depende de las ventas de 3 productos, B(x1, x2, x3). Por su parte la venta de cada producto depende del precio del producto en si mismo (P1, P2, P3) y de la inversión en publicidad (P) que haga la empresa. El árbol quedaría del siguiente modo:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  | | |

# Derivación implícita

Sea una función cualquiera de 2 variables y=f(x1, x2). Si en esa ecuación se dejan todas las variables (tanto las independientes x1, x2 como la dependiente y) a un lado del igual dejando al otro lado la constante que no dependa de ninguna variable (o bien un 0), se tendrá la función implícita:

Se dice que dicha función F define implícitamente a y como función de x1, x2.

No es difícil darse cuenta de que en esencia y es una función de x1, x2 y por lo tanto F es una función compuesta por lo que podemos dibujar el árbol de dependencias:

Imagen que contiene objeto, reloj, alambre, vuelo

Descripción generada automáticamente

## Teorema de existencia de una función implícita

A pesar de lo que se acaba de decir en los párrafos anteriores no en todas las funciones puede expresarse una incógnita en función de las demás.

El teorema de la existencia de una función implícita dice que la expresión F(x1, x2, y)=C expresará implícitamente a y en función de x1, x2 en el punto (x10, x20, y0) si:

* El punto (x10, x20, y0) cumple la epresión
* Todas las derivadas parciales de F existen y son continuas en el punto.
* La derivada parcial de F con respecto a y (la variable dependiente) es distinta de 0.

## Derivada parcial de una función implícita

Para calcular las derivadas parciales de la función y=f(x1, x2), se usan las reglas de la derivación de funciones compuestas:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

## Diferencial de una función que está definida implícitamente

Las derivadas parciales que aparecen en la fórmula de la diferencial se calculan como se vio en el apartado anterior.